



# DETECCION DE CAMBIO CLIMATICO EN EL OBSERVATORIO GEODESICO INTEGRADO TRANSPORTABLE (TIGO), DE LA CIUDAD DE CONCEPCION. APLICACION DE UN MODELO ARMA A LA SERIE DE TEMPERATURA MENSUAL DESDE FEBRERO DEL 2002 A SEPTIEMBRE DEL 2012

Roberto Fustos Toribio

Departamento de Estadística, Universidad de Concepción, Chile.

## ¿Está cambiando el clima mundial? ¿El mundo se está calentando?

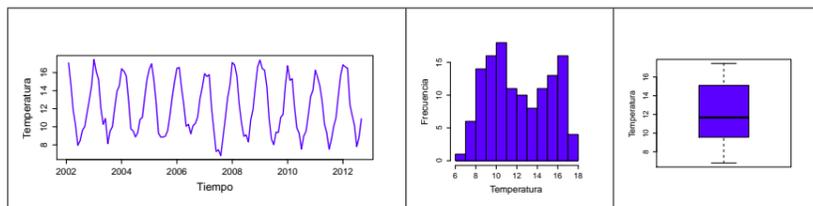
Sí. Ha habido fluctuaciones significativas de un año a otro. Durante algunos períodos, como la década de 1940, hubo un descenso en la temperatura global, pero la tendencia general es elevada cuando observamos los últimos 150 años y es motivo de estudio de muchos profesionales actualmente. Fuente: <http://www.planetseed.com/es/node/15729>

## Introducción e Hipótesis

Una Serie de Tiempo es un conjunto de observaciones  $\{X_t\}$  registrada en un instante específico  $t$ . Un modelo de series de tiempo para los datos observados  $\{x_t\}$  es una especificación de la distribución conjunta de una secuencia de variables aleatorias  $\{X_t\}$ . Planteamos como hipótesis del estudio que el cambio climático se puede detectar en una serie de 10 años de los datos de la temperatura ambiental tomados en el observatorio Geodésico TIGO, ubicado en las inmediaciones de la Universidad de Concepción.

## Resumen de los datos

Los datos entregados por el Observatorio Geodésico Integrado Transportable (TIGO), el cual es un proyecto chileno-alemán en el marco del “Convenio sobre Cooperación en la Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico”, corresponden al mediciones mensuales de temperatura en la ciudad de Concepción. Estos datos fueron tomados desde Febrero del 2002 a Septiembre del 2012. Hacer el estudio de esta serie es importante, pues nos permitirá analizar el comportamiento de la temperatura en la ciudad de Concepción dentro del período de estudio y verificar si es posible detectar algún tipo de aumento significativo en la temperatura en la zona de estudio. Se presenta a continuación el gráfico de la serie Temperatura, donde la escala es mensual.



**Figura 1.** De izquierda a derecha: Serie Temperatura de Febrero del 2012 a Septiembre del 2012, histograma y gráfico de caja de la serie.

Mínimo	1° Cuartil	Mediana	Media	3° Cuartil	Máximo
6.799	9.576	11.670	12.200	15.090	17.460

**Tabla 1.** Estadísticos descriptivos para la serie Temperatura.

## Metodología

Podemos observar que la serie tiene un claro comportamiento estacional (Figura 1), lo que remediamos aplicando un modelo de regresión armónica ( $s_t$ ) con componente tendencial ( $m_t$ ) a la serie original, con el fin de obtener residuos estacionarios, a los que se le ajustará un modelo ARMA. Además, se aplicó el test de Kolmogorov-Smirnoff para ver si los datos originales estaban distribuidos normalmente, el que

resultó significativo al nivel 0.05 ( $p$ -valor=0.001). El modelo de regresión es de la siguiente forma:

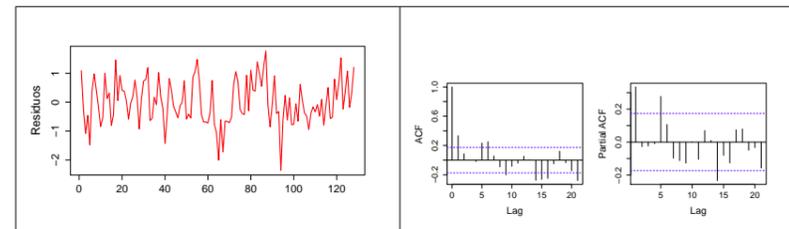
$$X_t = m_t + s_t + Z_t$$

con  $m_t = \alpha + \beta t$ ,  $s_t = \sum_{i=0}^3 \cos(\lambda_i t) + \sin(\lambda_i t)$  (representa la tendencia de la serie) y  $\lambda_0 = \frac{\pi}{6}$ ,  $\lambda_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\lambda_2 = \frac{5\pi}{6}$ ,  $\lambda_3 = \pi$  (los períodos de recurrencia), y  $Z_t$  los residuos del modelo, a los que se les ajustará un modelo de serie estacionaria ARMA( $p,q$ ). Obteniéndose los siguientes parámetros estimados con un factor de ajuste  $R^2$  del 93.44% y resultando significativos los parámetros  $\alpha$ ,  $\cos(\lambda_0 * t)$ ,  $\sin(\lambda_0 * t)$  y  $\cos(\lambda_2 * t)$  a un nivel de 0.05, por lo tanto, los demás parámetro no se encuentran incluidos en el modelo.

Coefficientes	Estimado	Std. Error	t-valor	Pr(>  t )	Significativo
$\alpha$	1.228e+01	1.412e-01	86.981	< 2e-16	*
$\beta$	-2.486e-04	1.899e-03	-0.131	0.8961	
$\cos(\lambda_0 * t)$	3.989e+00	9.929e-02	40.177	< 2e-16	*
$\sin(\lambda_0 * t)$	6.549e-01	9.922e-02	6.601	1.22e-09	*
$\cos(\lambda_2 * t)$	2.186e-01	9.921e-02	2.203	0.0295	*

**Tabla 2.** Parámetros estimados para el modelo de regresión ajustado.

## Resultados

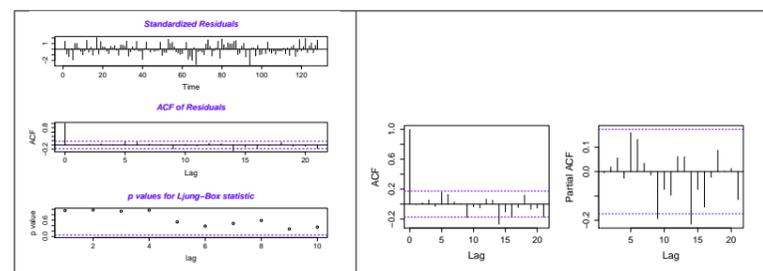


**Figura 2.** De izquierda a derecha, Residuos  $Z_t$  del modelo de regresión; Función de autocorrelación y autocorrelación parcial para los residuos  $Z_t$ .

Modelo	$\hat{\sigma}^2$	log-verosimilitud	AIC (Akaike)
arma(1,2)	0.5116	-138.79	287.58
arma(2,1)	0.5122	-138.87	287.75
arma(2,2)	0.4966	-136.98	285.96
arma(2,3)	0.4632	-134.49	282.98

**Tabla 3.** Cuadro de comparación de modelos propuestos.

Dados los resultados de las funciones de autocorrelaciones (Figura 2), proponemos cuatro modelos para ajustar la serie, donde será escogido el que presente un menor valor del Criterio de Información de Akaike (AIC, Tabla 3).



**Figura 3.** De izquierda a derecha: Cuadro de diagnóstico del modelo ajustado; Función de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuos ARMA(2,3).

Como diagnóstico del modelo escogido, podemos observar que los residuos son estacionarios y con varianza constante (*Standardized Residual*, Figura 3). No presentan estructura de correlación (*ACF of Residuals*, Figura 3) y observando el test de Ljung-Box (*p values for LjungBox statistic*, Figura 3), se obtienen valores no significativos ( $p$ -valor=0.4732), lo que confirma la no correlación de los residuos. Además se realizó el test de normalidad de Kolmogorov-Smirnoff, el que resultó no significativo a un nivel 0.05 ( $p$ -valor = 0.1982), lo que comprueba la normalidad de los residuos del modelo ARMA(2,3) ajustado, por lo tanto se obtienen residuos independientes.

## Ajuste del Modelo

A continuación se presenta una tabla con los coeficientes estimados para el modelo seleccionado, con su error estándar respectivo, los que resultan ser significativos al nivel 0.05, bajo la hipótesis  $H_0: \theta = 0$ .

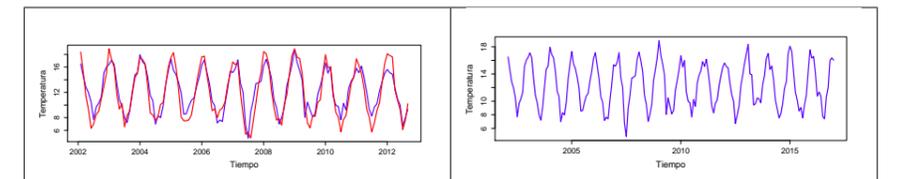
	ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	intercept
Coefficients	0.0426	-0.8390	0.3188	1.0110	0.2793	0.0074
s.e.	0.0709	0.0552	0.1130	0.0477	0.1049	0.0872

**Tabla 4.** Estimación de los parámetros del modelo ARMA(2,3) para la serie de residuos  $Z_t$ .

Con los parámetros estimados que resultan significativos a un nivel de 0.05 bajo la prueba  $H_0: \theta = 0$ , el modelo queda de la forma:

$$Z_t - 0.8390 Z_{t-2} = \xi_t + 0.3188 \xi_{t-1} + 1.011 \xi_{t-2} + 0.2793 \xi_{t-3}$$

donde  $\xi_t$  presenta distribución de ruido.



**Figura 4.** De izquierda a derecha: En rojo, la serie Temperatura observada y en azul, la serie Temperatura simulada desde un modelo ARMA(2,3). A la derecha, predicción de la serie Temperatura hasta el mes de Enero del 2017.

## Conclusiones

Dados los parámetros incluidos en el modelo, podemos afirmar con un 95% de confianza, que la serie Temperatura posee un carácter de tipo estacional, no así una tendencia significativa  $p$ -valor $\{\beta\} = 0.8961$ , por lo que en una serie de 11 años no podemos observar un indicio de cambio climático. Es necesario contar con una base más detallada y de larga duración, si se busca describir y analizar el comportamiento de la temperatura en el observatorio TIGO.

## Referencias bibliográficas

- Análisis de Series Temporales: Modelos ARIMA, Pilar González Casimiro, Universidad del País Vasco (UPV-EHU), 2009.
- Introducción al Análisis de Series Temporales, José Alberto Mauricio, Universidad Complutense de Madrid, 2007.